

Activité : Lancer des pièces

On dispose d'un lot de 50 pièces. On cherche à savoir si ce lot contient des pièces mal équilibrées.

Pour cela, chaque pièce est lancée 400 fois et on observe la fréquence de sortie du côté PILE de la pièce. On obtient ainsi 50 échantillon de taille 400.

Ce lot contient-il des pièces mal équilibrées ?

Partie 1 : Lancers de la première pièce.

Les 400 lancers de la première pièce ont donné les résultats suivants :

PILE : 192 FACE : 208

1. (Réaliser)**Calculer**, pour cette pièce, la fréquence de sortie de PILE.

$$F = \frac{\text{nombre de PILE}}{\text{Nombre de lancers}} = \frac{192}{208} = 0,48$$

2. (S'approprier)**Répondre** à la question : Quelle est la probabilité p de sortie de PILE avec une pièce bien équilibrée ?

$$P = \frac{1 \text{ issue PILE}}{2 \text{ issues}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

3. (Analyser) **Répondre** à la question : Pouvez-vous en déduire que la première pièce est mal équilibrée ?

Comme la première pièce à une fréquence de 0,48 (donc proche de 0,5) avec 400 lancers on peut penser qu'elle est équilibrée mais on ne sait pas avec certitudes si elle l'est ou pas.

Partie 2: Simulation de 400 lancers d'une pièce bien équilibrée.

Sur un fichier Excel, on fait la simulation de 400 lancers d'une pièce bien équilibrée.

1. (S'approprier)**Répondre** à la question : Quelle est l'action de la touche F9 ?

La touche F9 permet de réinitialiser les lancers sur Excel et ainsi changer d'échantillon.

2. (réaliser) **Compléter** le tableau ci-dessous par la fréquence de PILE dans 10 échantillons.

| échantillon | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Nombre de PILE obtenus | 207 | 200 | 170 | 200 | 207 | 187 | 202 | 212 | 190 | 189 |
| Fréquence de PILE | $f = \frac{207}{400} = 0,52$ | $f = \frac{200}{400} = 0,5$ | $f = \frac{170}{400} = 0,43$ | $f = \frac{200}{400} = 0,5$ | $f = \frac{207}{400} = 0,52$ | $f = \frac{187}{400} = 0,47$ | $f = \frac{202}{400} = 0,51$ | $f = \frac{212}{400} = 0,53$ | $f = \frac{190}{400} = 0,47$ | $f = \frac{189}{400} = 0,47$ |

3. (réaliser) **Calculer** l'étendue de la série des 10 fréquences obtenues, après avoir noté la fréquence minimale et la fréquence maximale.

$$f_{\min} = 0,43 \quad f_{\max} = 0,53 \quad E = f_{\max} - f_{\min} = 0,53 - 0,43 = 0,1$$

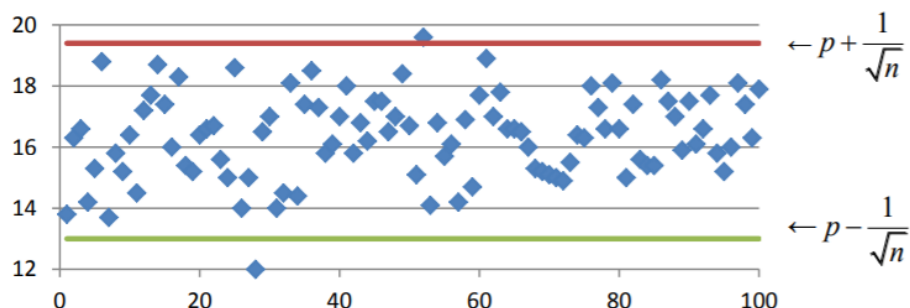
4. (Réaliser) **Calculer** la moyenne de ces 10 fréquences.

$$\text{Moyenne} = \frac{(0,52 + 0,5 + 0,43 + 0,5 + 0,52 + 0,47 + 0,51 + 0,53 + 0,47 + 0,47)}{10} = 0,49$$

Cours :

Les fréquences des échantillons ne sont pas identiques. On parle alors de **fluctuation d'échantillonnage**.

Si n est assez grand, p ni très petit, ni très grand, la probabilité pour qu'un échantillon de taille n conduise à une fréquence dans l'**intervalle de fluctuation** $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ est au moins 0,95.



5. (S'approprier) **Rappeler** la probabilité p d'obtenir PILE avec une pièce bien équilibrée et **donner** la taille n d'un échantillon dans la situation étudiée :

$$p = 0,4$$

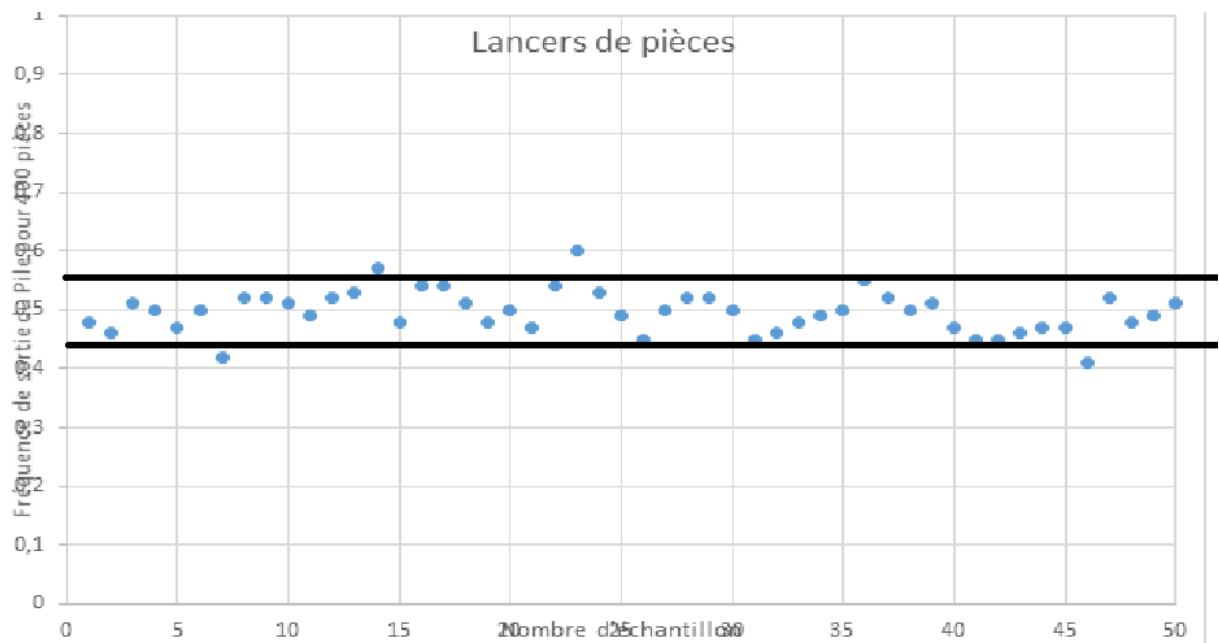
$$n = 400$$

6. (Réaliser) Pour la série d'échantillon étudiée, **montrer** que les bornes de l'intervalle de fluctuation $I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ sont respectivement 0,45 et 0,55.

$$p - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,5 - \frac{1}{\sqrt{400}} = 0,45$$

$$p + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,5 + \frac{1}{\sqrt{400}} = 0,55$$

7. (Réaliser) **Tracer**, sur le graphique ci-dessous, les droites d'équations $y=0,45$ et $y=0,55$.



8. (Réaliser) A l'aide du graphique, **donner** le nombre d'échantillon dont les fréquences de sortie de PILE appartient à I.
Le nombre d'échantillon appartenant à I est le nombre de point compris entre les deux droites soit 46

9. (Réaliser) **Déduire** le pourcentage d'échantillon dont la fréquence de sortie de PILE appartient à I. :

$$P\% = \frac{46}{50} = 0,92$$

La probabilité qu'un échantillon de taille 400 fournisse une fréquence dans l'intervalle $I = [0,45 ; 0,55]$ est supérieure ou égale à 0,95.

10. (Valider) **Commenter** le pourcentage obtenu à la question 9

Le pourcentage de 0,92 est inférieur à 0,95 (pourcentage si la pièce est bien équilibré).

11. (Valider) A l'aide des résultats précédents, **valider** ou non la réponse à la question partie 1 : 3 pour la première pièce.
Comme le pourcentage de I est inférieur à 0,95, on ne peut pas dire avec certitudes que la pièce est bien équilibré.

12. (Valider) **Répondre** à la question : Combien de pièces ne semblent pas être équilibrées et doivent être examinées de près ?

4 pièces ne semblent pas équilibrées et doivent être examinées.